



УДК 519.872:37.014



Мазуренко В. О., Логвиненко Ю. В.

## ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ З ЧЕРГАМИ В УПРАВЛІННІ ЗАКЛАДОМ ОСВІТИ

**А** Освіта як превентивний засіб розвитку суспільства має використовувати найдоцільніші методи обґрунтування рішень, до яких, серед інших, належить дослідження операцій. Охарактеризовано підхід щодо обґрунтування оптимальності управлінських рішень у закладах освіти з використанням системи масового обслуговування з чергами.

**Ключові слова:** дослідження операцій; заклад освіти; менеджмент; обґрунтування рішень; система масового обслуговування

**Актуальність проблеми.** Сучасність нашої держави така, що зміни в будь-якій галузі є визначальною ознакою її розвитку. На сучасному етапі реформування системи освіти України необхідно враховувати процеси децентралізації, значущість економічних аспектів діяльності закладів освіти, участь закладів у формуванні власного фінансового базису, ефективність використання всіх видів ресурсів, варіантність стратегії розвитку, використання сучасних розробок і технологій. Тому управління закладом освіти, особливо в умовах докорінних реформ, вимагає застосування сучасних ефективних методів обґрунтування управлінських рішень.

Означена низка проблем неодноразово висвітлювалася Міністром освіти і науки у низці настановних і дорадчих документів. У Концепції «Нова українська школа» у п. 3 ключових компетентностей для життя зазначено: «Математична грамотність. Уміння застосовувати математичні (числові та геометричні) методи для вирішення прикладних завдань у різних сферах діяльності. Здатність до розуміння і використання простих математичних моделей. Уміння будувати такі моделі для вирішення проблем» [4]. Іншими словами, математичні знання дозволяють побудувати систему алгоритмів, програм і моделей для вирішення нагальних проблемних ситуаційних завдань. Системність повторюваності зазначених завдань викликає потребу пошуку можливих обґрунтувань успішних рішень. Із зазначеного вище витікає, що теорія масового обслуговування є актуальною темою дослідження.

**Аналіз попередніх досліджень і публікацій.** Засновником теорії масового обслуговування вважається датський математик А. Ерланг. Термін «теорія масового об-

слуговування» (ТМО) був запропонований радянським математиком А. Хінциним. Ідеї та методи ТМО широко досліджувалися у роботах А. Колмогорова, Б. Гніденка, Б. Севастьянова та інших учених. Особливий розвиток у теорії масового обслуговування був зроблений у роботах А. Маркова. Широко відомими є роботи зарубіжних учених: К. Пальма, Д. Кендалла, Ф. Поллачека. Можливості застосування ТМО у військовій сфері розкриті у роботах В. Мазуренка.

Останнім часом чинна теорія у зв'язку зі зростанням інтересу до задач і методів теорії масового обслуговування набуває бурхливого розвитку.

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** На нашу думку, до найважливіших проблемно-філософських питань сучасності, вирішувати які покликана наука управління і з якими зустрічаються керівники закладів освіти є: прийняття рішень і контроль їх виконання в умовах швидкоплинних змін зовнішнього і внутрішнього середовища; надскладний характер і стиль управлінської діяльності на сучасному етапі реформування всіх суспільних підсистем; компетентність в організації управлінської діяльності, яка б відповідала потоку неперервних конкурентних вимог. Відповідно до цього постає потреба використання математичних методів обґрунтування управлінських рішень керівниками не тільки підприємств та організацій усіх форм власності, а й освітніми менеджерами всіх рівнів, що є новим для системи освіти України.

**Мета статті** – довести необхідність впровадження математичних методів обґрунтування рішень у роботу керівників закладів освіти як одного із можливих шляхів пошуку оптимального управлінського рішення в умовах

невизначеності та реформування системи освіти України. Підґрунтям досягнення зазначеної мети є визначення основних показників ефективності функціонування системи масового обслуговування.

**Викладення основного матеріалу.** Нині життя вимагає ефективних управлінських рішень, а це, зокрема, передбачає розширення та зміну пріоритетів управлінської діяльності, модернізацію філософії менеджменту XXI століття. Прогнозування ризиків, оптимізація роботи закладів освіти нині потребують активного використання математичних методів у розробленні та реалізації управлінських рішень керівників закладів освіти. Метод інтуїції, опора на судження сьогодні не дає очікуваного результату, тобто зростає потреба використання математичних методів для обґрунтування управлінських рішень.

Як відомо, процеси масового обслуговування посідають значне місце у практиці людської діяльності. Вони виникають у системах, які призначені для багаторазового використання при вирішенні однотипових завдань [6, с. 324]. Приклади таких систем людина спостерігає щоденно велику кількість разів (телефонні станції, обчислювальні комплекси, системи автотранспортного, авіаційного, залізничного та водного обслуговування, ремонтні станції, магазини, оптові бази, ринок, білетні каси, освітні заклади, навчальні комплекси тощо) [2]. Кожна з перерахованих систем складається з визначеного числа обслуговуючих одиниць (приладів, апаратів, пристроїв, пунктів послуг і т. п.), які носять назву каналів обслуговування [1, с. 362].

Моделі систем масового обслуговування (СМО) з чергою за кількістю точок для обслуговування розподіляються на одноканальні та багатоканальні. Для одноканальної системи масового обслуговування завантаження визна-

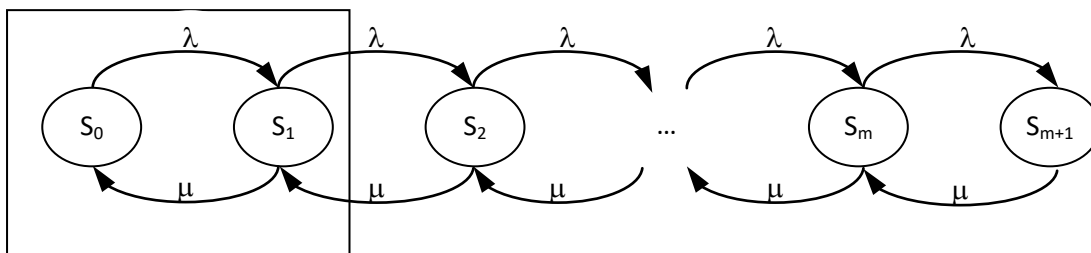
чається як різниця між одиницею та ймовірністю того, що дана система вільна від обслуговування заявок [6, с. 329]. Прикладом одноканальної СМО з чергою може бути процес інтернет-консультації між учнями і вчителем. У такій ситуації заявка від учня, що надійшла в момент, коли вчитель зайнятий, стає в чергу й очікує, коли він звільниться. Як тільки звільниться канал, приймається до обслуговування одна із заявок, що перебувають у черзі.

Нехай СМО є одноканальною. Потік заявок, що надходить до системи обслуговування, є найпростішим з інтенсивністю  $\lambda$ . Середній час обслуговування  $\bar{t}_{\text{обс.}}$  кожної заявки – випадкова величина, яка розподілена за показниковим законом з параметром  $\mu$ . Заявка, що надійшла в систему, коли та зайнята обслуговуванням, стає в чергу, якщо довжина черги не перевищує  $m$  одиниць. Під чергою розуміється кількість заявок, які очікують на обслуговування. У протилежному випадку, коли кількість заявок у черзі дорівнює  $m+1$ , заявка залишає систему (отримує відмову в обслуговуванні).

Для дослідження процесу обслуговування одноканальною системою СМО необхідно визначити множину станів, у яких вона може перебувати. Для будь-якого моменту часу  $t$  вона може перебувати в одному з наступних станів:

- $S_0$  – канал вільний від обслуговування;
- $S_1$  – канал вільний і черги немає;
- $S_2$  – канал зайнятий і в черзі одна заявка;
- $S_3$  – канал зайнятий і в черзі дві заявки;
- $S_k$  – канал зайнятий і в черзі  $k-1$  заявок;
- $S_{m+1}$  – канал зайнятий і в черзі  $m$  заявок.

Граф переведення стану даної СМО має такий вигляд:



Користуючись загальним правилом складання диференціальних рівнянь Колмогорова, для ймовірностей  $P_0(t), P_1(t), \dots, P_m(t)$  і  $P_{m+1}(t)$  перебування системи в одному зі станів  $S_0, S_1, \dots, S_m, S_{m+1}$  маємо систему диференціальних рівнянь [5, с. 154]:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)P_1(t) + \lambda P_0(t) + \mu P_2(t); \\ \dots \\ \frac{dP_{m+1}(t)}{dt} = -\mu P_{m+1}(t) + \lambda P_m(t). \end{cases}$$

Початкові умови визначаються, виходячи з того, що в момент часу  $t = 0$ , СМО знаходиться в стані  $S_0$ , тобто канал обслуговування вільний. Імовірність такого стану дорівнює:

$$P_0(t)=1, \quad a \quad P_1(t) = P_1(0) = P_2(0) = \dots = P_m(0) = P_{m+1}(0) = 0$$

Із системи рівнянь (1) знайдемо граничні ймовірності  $P_0, P_1, \dots, P_m, P_{m+1}$  відповідно до яких ця СМО перебуває в станах  $S_0, S_1, \dots, S_m, S_{m+1}$ .

$$P_0 = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu} - 1\right)}{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{m+2} - 1}; \quad (2)$$

$$P_k = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \cdot P_0, \quad \text{де} \quad k = 1, 2, \dots, m + 1 \quad (3)$$

Використовуючи співвідношення (2) і (3), маємо можливість визначити основні показники ефективності функціонування одноканальної СМО з чергою:

1. Імовірність відмови. Цей показник означає, що якщо число заявок, які очікують обслуговування і перебувають у черзі дорівнює  $m$ , то заявка, що надійшла в систему в цей час, залишає СМО не обслуговуваною, тобто отримує відмову:

$$P_{\text{відм}} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{m+1} \cdot P_0, \quad (4)$$

де:  $\lambda$  – інтенсивність потоку заявок (математичне сподівання числа заявок, що надійшли в СМО на обслуговування за одиницю часу);  $\mu$  – інтенсивність обслуговування потоку заявок (математичне сподівання часу обслуговування однієї заявки в одиницю часу);  $m$  – довжина черги (кількість заявок, що знаходяться в черзі на обслуговування);  $P_0$  – ймовірність того, що канал вільний від обслуговування (визначається по залежності (2)).

2. Відносна пропускна спроможність системи (ймовірність того, що заявка, яка надійшла до системи обслуговування, буде прийнята на обслуговування):

$$P_{\text{обсл}} = 1 - P_{\text{відм}} = 1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{m+1} \cdot P_0. \quad (5)$$

3. Абсолютна пропускна спроможність системи:

$$A = \lambda \cdot P_{\text{обсл}} \quad (6)$$

4. Середня довжина черги  $m$  заявок

$$\bar{m} = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m \left(m + 1 - m \frac{\lambda}{\mu}\right)\right]}{\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)^2} \cdot P_0. \quad (7)$$

5. Середній час перебування заявок в черзі на обслуговування ( $\bar{t}_{оч}$ )

$$(\bar{t}_{оч}) = \frac{\bar{m}}{\lambda}. \quad (8)$$

6. Середній час перебування заявки в системі обслуговування ( $\bar{t}_c$ ). Цей показник дорівнює сумарному часу очікування заявки в черзі до початку обслуговування і середньому часу обслуговування заявки, тобто:

$$(\bar{t}_c) = \bar{t}_{оч} + \bar{t}_{обсл}. \quad (9)$$

Отримані показники оцінки ефективності функціонування одноканальної СМО з чергою показують, що продуктивність роботи цієї системи обслуговування залежить від трьох параметрів: довжини черги  $m$ ; інтенсивності потоку заявок  $\lambda$ ; інтенсивності обслуговування заявок  $\mu$ . Причому, якщо відношення  $\frac{\lambda}{\mu} > 1$ , а довжина черги постійна, то показники ефективності погіршуються, що призведе до зростання числа заявок, які не обслуговуються. Цей факт впливає із залежності (4), бо в цьому випадку зростає ймовірність відмови. У свій час зростання ймовірності відмови призведе до зменшення ймовірності обслуговування (див. (5)), тобто зниження відносної пропускної спроможності СМО, а разом з тим і абсолютної пропускної спроможності (див. (6)). Крім того, таке співвідношення  $\left(\frac{\lambda}{\mu} > 1\right)$  вплине й на середню довжину черги,  $(\bar{m})$  а це призведе до збільшення середнього часу перебування заявки в системі обслуговування.

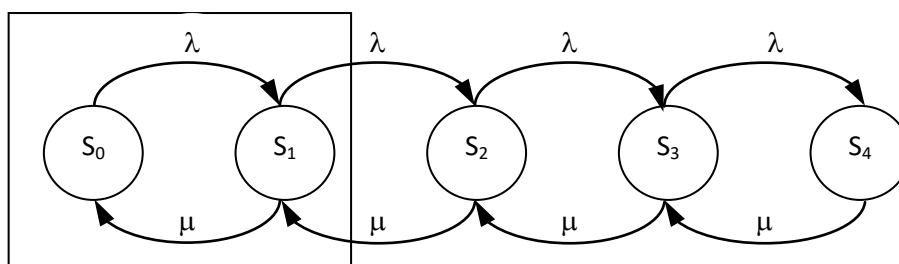
Поліпшення показників системи можна досягнути лише за рахунок збільшення довжини черги. При  $\frac{\lambda}{\mu} < 1$  ймовірність відмови зменшується (див. (4)), а разом з тим поліпшуються і решта показників одноканальної СМО з чергою.

Менеджерам у край необхідно застосовувати заходи з утримання заявок на обслуговування. Для цього існують два основних визначальних фактори – це якість обслуговування заявки та її відповідна ціна. Якщо зазначені фактори відповідають рівню задоволення потреб споживачів, то для забезпечення високих значень показників ефективності одноканальної СМО з чергою, необхідно домагатися виконання умови  $\frac{\lambda}{\mu} < 1$  і відносно великої довжини черги [6].

**Приклад 1.** Як відомо, є дні (День відкритих дверей, День здоров'я, День матері, батьківські збори, зустріч зі спонсорами та ін.), коли на бесіду з керівником закладу освіти бажає потрапити велика кількість відвідувачів. І необхідно зробити так, щоб батьки, спонсори, громадськість, учителі-пенсіонери, учні, запрошені гості не були обділені увагою. Припустимо, що особи надходять до місця обслуговування з інтенсивністю 4 людини за годину і являють собою найпростіший потік, тобто потік відвідувачів має властивості стаціонарності, ординарності й відсутності післядії. Середній час обслуговування відвідувача складає 12 хв. і розподілений за показниковим законом, тоді відвідувач може потрапити в чергу. У більшості випадків, коли довжина черги, тобто кількість заявок, які очікують обслуговування, перевищує 3-х відвідувачів, заявка залишає чергу. Необхідно визначити ефективність обслуговування відвідувачів у приймальні керівника закладу освіти для того, щоб створити ситуацію успіху кожному відвідувачу, бо це може позначитися на позитивному іміджеві закладу освіти.

Виходячи з умови прикладу, керівник як система обслуговування може перебувати у таких станах:  $S_0$  – не обслуговує відвідувача;  $S_1$  – обслуговує відвідувача, але черги в приймальній немає;  $S_2$  – обслуговує відвідувача, і в черзі перебуває 1 людина;  $S_3$  – обслуговує відвідувача, і в черзі перебувають 2 людини;  $S_n$  – обслуговує відвідувача, і в черзі перебуває 3 людини.

Граф станів, у яких може перебувати приймальня керівника, має такий вигляд:



Черги немає

Виходячи з графу станів, у яких перебуває керівник закладу освіти, можна зробити висновок, що приймальня керівника є одноканальною системою обслуговування споживачів із чергою. Параметрами її є:

$$m = 3; \quad \lambda = 4, \quad \mu = \frac{1}{t_{\text{обс}}} = \frac{60}{12} = 5; \quad \frac{\lambda}{\mu} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

Для пошуку показників ефективності роботи скористаємося залежностями (2) – (9).

1. Визначення ймовірності того, що на момент прибуття відвідувача керівник буде вільний від обслуговування:

$$P_0 = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu} - 1\right)}{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{m+2} - 1} = \frac{0,8 - 1}{0,8^5 - 1} = \frac{-0,2}{-0,6723} \approx 0,297.$$

Як бачимо, при проведенні великої кількості обслуговувань в аналогічних умовах у середньому в 30-ти випадках на 100 відвідувач, який прийде до приймальні, застане керівника вільним від обслуговування.

2. Ймовірність відмови в обслуговуванні:

$$P_{\text{відм}} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{m+1} \cdot P_0 = 0,8^{3+1} \cdot 0,297 = 0,409 \cdot 0,297 = 0,122.$$

Це означає, що при проведенні великої кількості обслуговувань в аналогічних умовах в середньому у 12 випадках на 100 відвідувачів не буде обслуговуваним, тобто буде відмовлено.

3. Ймовірність того, що відвідувач отримає обслуговування:

$$P_{\text{обсл}} = 1 - P_{\text{відм}} = 1 - 0,122 = 0,878$$

Цей результат означає, що при проведенні великої кількості обслуговувань в аналогічних умовах у середньому у 88 випадках на 100 відвідувачів, що прийдуть до приймальні, будуть обслужені.

4. Середнє число відвідувачів, які перебувають у черзі на обслуговування:

$$\begin{aligned} \bar{m} &= \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m \left(m + 1 - \frac{\lambda}{\mu} m\right)\right]}{\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)^2} \cdot P_0 = \frac{0,8^2 [1 - 0,8^3 (3 + 1 - 0,8 \cdot 3)]}{(1 - 0,8)^2} \cdot 0,297 = \\ &= \frac{0,115712}{0,04} \cdot 0,297 \approx 0,859. \end{aligned}$$

Отриманий результат означає, що в середньому в черзі буде перебувати 1 відвідувач. Тобто умови праці, що створені керівником закладу освіти ( $\mu = 5$ ) цілком відповідають інтенсивності надходження заявок за умови, що їх надходження не суперечить вимогам до найпростішого потоку заявок.

5. Абсолютна перепускна спроможність системи обслуговування характеризує кількісну множину обслуговування відвідувачів у даній приймальні за 1 годину роботи:

$$A = \lambda \cdot P_{\text{обсл.}} = 4 \cdot 0,878 \approx 3,51$$

4. Середній час перебування відвідувача у черзі на обслуговування з заданими інтенсивностями потоку заявок та обслуговування складає біля 13 хв.:

$$\bar{t}_{\text{оч.}} = \frac{\bar{m}}{\lambda} = \frac{0,859}{4} \approx 0,215.$$

5. Середній час перебування відвідувача у приймальні, враховуючи середній час очікування ( $\bar{t}_{\text{оч.}}$ ) і обслуговування ( $\bar{t}_{\text{обсл.}}$ ), визначається як сума ( $\bar{t}_{\text{оч.}}$ ) і ( $\bar{t}_{\text{обсл.}}$ ). Для здійснення розрахунків зведено часові параметри до однієї одиниці виміру:

$$\bar{t}_{\text{оч.}} = 0,215 \cdot 60 = 12,9 \text{ хв.}; \quad \bar{t}_{\text{обсл.}} = 12 \text{ хв.},$$

$$\text{тоді } \bar{t}_c = \bar{t}_{\text{оч.}} + \bar{t}_{\text{обсл.}} = 12,9 + 12 = 24,9 \text{ хв.}$$



Середній час перебування відвідувача ( $\bar{t}_c$ ) показує, скільки часу в середньому відвідувач витратить на розмову з урахуванням додаткового часу на очікування.

Проведені розрахунки показників функціонування приймальні керівника закладу освіти свідчать про те, що керівник намагається створити умови, коли кожен відвідувач буде перебувати у ситуації успіху. Щодо безпосередньо розрахованих показників, то можна стверджувати, що 88% запитів на обслуговування виконані, тобто із 100 запитів не виконано лише 12. Крім того, високими є й інші показники, так, наприклад, у черзі на обслуговування в середньому перебуває не більше одного відвідувача.

**Висновки.** Проведені дослідження показників функціонування системи масового обслуговування з чергою свідчать про те, що об'єкт обслуговування має ретельно виконувати свої обов'язки у визначений ним термін, але найголовнішим у процесі обслуговування має бути висока якість освітніх послуг. Звідси випливає управлінський постулат: там, де є висока компетентність і бажання створити освітній продукт якнайкраще, там черга великого значення для утримання заявок на обслуговування не має, адже обслуговування якісними освітніми послугами викликає збільшення потоку заявок, а це означає, що освітній заклад завжди матиме постійний попит з боку безпосереднього та зовнішнього оточення.

Наведений підхід обґрунтування управлінських рішень показує, яким чином теорію масового обслуговування можна застосовувати для обґрунтування рішень в управ-

лінні закладами освіти. Головним результатом даної розвідки є те, що необхідно змінювати філософський напрям обґрунтування управлінських рішень керівника закладу освіти, спираючись на впровадження таких математичних методів обґрунтування рішень, як: динаміка середніх, імовірнісні моделі, СМО, теорія ігор, сіткове планування тощо.

**Подальші дослідження** будуть спрямовані на пошук і розроблення оптимальних рішень керівника закладу освіти у системі опорних шкіл.

### Список використаних джерел

1. Боровик О. В., Боровик Л. В. Дослідження операцій в економіці : навч. посіб. Київ: Центр учб. літ-ри, 2007. 424 с.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций: учебник. Москва: Воениздат, 1972. 552 с.
3. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. Москва: Наука, 1966. – 443 с.
4. Концепція Нової української школи. URL: <https://osvita.ua/doc/files/news/520/52062/new-school.pdf>
5. Михайленко В. М., Федоренко Н. Д. Спеціальні розділи математики. Київ: Вища шк., 1992. 214 с.
6. Нецадим М. І. Основи управління та прийняття рішень у військовій справі: підручник / М. І. Нецадим, В. О. Колесніков, В. О. Мазуренко, В. М. Супрун. – Суми: Слобожанщина, 2000. 376 с.

Дата надходження до редакції  
авторського оригіналу: 18.01.2018

**Мазуренко В. О., Логвиненко Ю. В. Использование системы массового обслуживания с очередями в управлении образовательными заведениями.**

**А** Образование, как превентивный способ развития общества, должно использовать усовершенствованные методы обоснования решений, к которым, среди других, относится исследование операций. В статье представлен подход обоснования оптимальности управленческих решений в образовательных учреждениях с использованием системы массового обслуживания с очередями.

**Ключевые слова:** исследование операций; менеджмент; обоснование решений; система массового обслуживания; учебное заведение

**Mazurenko V. O., Logvynenko Yu. V. The use of queuing system in management of educational establishment.**

**S** Education as a preventive means of society development should use the most appropriate methods of decision justification such as the study of operations is considered. The article deals with the approach of substantiation of optimality of managerial decision in educational establishments using of queuing system.

**Key words:** arguments to support the proposal; education institution; management; queuing system; operations research